Stat.fiz. feladatok. **11. hét.** **Beadási határidő: Május 16. 10:15.**

(1) Vizsgáljunk egy rendszert, amelynek Landau szabadenergiája a következő alakban írható:

$$F = F_0 + \frac{a_0}{2}(T - T^*)m^2 + \frac{b}{4}m^4 + \frac{d}{6}m^6 \quad , \tag{1}$$

ahol $a_0, d > 0$ és $b < 0$. Mutassuk meg, hogy ez a rendszer elsőrendű fázisátmeneten megy keresztül $T_0 = T^* + 3b^2/(16a_0 d)$ hőmérsékleten, s határozzuk meg a fázisátmenet latens hőjét!

(2) A kritikus pontbeli ($T = T_c$) korrelációk véges tér (B) mellett a következő alakban írhatók:

$$C(r, T_c, B) = \langle m(r)m(0)\rangle - \langle m(r)\rangle\langle m(0)\rangle \sim e^{-r/\xi_B}/r^{d-2+\eta} \quad , \tag{2}$$

ahol ξ_B a korrelációs hossz, amely divergál a $B \to 0$ határesetben

$$\lim_{B\to 0} \xi(T_c, B) \sim B^{-\nu_B} \quad , \tag{3}$$

s ν_B a kritikus exponens, amely a korrelációs hossz divergenciáját jellemzi.

Másrészt tudjuk, hogy a kritikus pontban a szuszceptibilitás mágneses tér függését a δ exponens jellemzi

$$\lim_{B\to 0} \chi(T_c, B) \sim B^{1/\delta} \quad . \tag{4}$$

Használjuk a fluktuáció-válasz összefüggést a ν_B-t, δ-át és a korrelációs függvény exponensét, η-át összekötő skálatörvény levezetésére!!

(3-4) Egy olyan Heisenberg típusú ferromágnes, amelynek spinjei köbös kristálytérben vannak, a következő Landau szabadenergiával írható le (bizonyosodjunk meg, hogy a köbös szimmetriával tényleg konzisztens az alábbi kifejezés):

$$F(m_x, m_y, m_z) = f_0(T) + a_0(T - T_c)(m_x^2 + m_y^2 + m_z^2) + \frac{b_1}{4}(m_x^4 + m_y^4 + m_z^4) + \frac{b_2}{2}(m_x^2 m_y^2 + m_y^2 m_z^2 + m_z^2 m_x^2)$$

ahol m_i az i-edik köbös tengely irányába mutató mágnesezettségkomponens, a_0, b_1 és b_2 pedig pozitív állandók. Tárgyaljuk, hogy az állandók relatív értékeinek függvényében, milyen típusú rendeződések fordulhatnak elő ebben a rendszerben!

(5) Egy $10m$ magas edény vízzel (sűrűség: $1g/cm^3$) van tele. A víz felszinének ugyanazon pontján $10^{-3}cm$ sugarú, $1.002g/cm^3$ sűrűségű gömböket ejtünk a vízbe. A gömbök az edény aljára süllyednek, ahol legtöbbjük egy $10^{-1}cm$ sugarú körön belülre kerül. Határozzuk meg a víz hőmérsékletét!

Útmutatás: Emlékezzünk arra, hogy a négyzetes kitérés diffúzív mozgás során a következőképpen írható: $\langle x^2\rangle = 2Dt$, s a diffúziós együttható D kifejezhető a folyadék viszkozítási együtthatóján (η) keresztül: $D = k_B T/(3\pi\eta a)$, ahol a a Brown mozgást végző részecske sugara. Másrészt pedig a süllyedő golyóra ható surlódási erő szintén az η-val kapcsolatos $F = 6\pi\eta a v$, ahol v a golyó sebessége. Ha még ez sem lenne elég, akkor hozzáteszem (esetleg érdemes utánaszámolni, hiszen ugye tudjuk, hogy a tanár is ember), hogy a süllyedő golyó gyorsan eléri a terminális sebességet, s úgy lehet számolni, mintha végig ugyanazzal a sebességgel süllyedne.