Véletlen folyamatok HF. 5-6. hét. Beadási határidő: Márc. 31., 12:20.

(1) (20 pont)

Vizsgáljuk az előadáson tárgyalt 2 Ising spinből álló rendszer relaxációjának problémáját! Az előadáson megkaptuk a rendszer dinamikai mátrixát, s meghatároztuk a sajátvektorokat és a megfelelő sajátértékeket (A számolás megtalálható a kurzus honlapján "Ising spinek dinamikája" cím alatt is).

(i) Ismerve az összes sajátvektort és sajátértékeket, határozzuk meg milyen valószínűséggel van a rendszer t időpontban az $s_1 = -1$, $s_2 = -1$ állapotban, ha a kezdeti állapot $s_1 = +1$, $s_2 = +1$ volt.

(ii) Számítsuk ki a rendszer átlagos mágnesezettségének $[M(t) = \langle (s_1+s_2) \rangle]$ időfejlődését, ha a kezdeti állapotban az $s_1 = 1$, $s_2 = 1$ állapot 3/4, az $s_1 = -1$, $s_2 = +1$ állapot pedig 1/4 valószínűséggel van jelen.

(iii) Számítsuk ki a rendszer átlagos mágnesezettség-fluktuációjának $[M^2(t) = \langle (s_1 + s_2)^2 \rangle - \langle (s_1 + s_2) \rangle^2]$ időfejlődését, ha a kezdeti állapot $s_1 = -1$, $s_2 = -1$.

(2) (10 pont)

Egy háromszögön egy részecske ugrál a szomszédos csúcsok között, az óramutató járásával egy irányban. Az ugrás rátája w.

Feladatok:

(i) Írjuk fel a master egyenletet az i-edik csúcsban tartózkodás valószínűségére!

(ii) Határozzuk meg a stacionáris megoldást!

(iii) Határozzuk meg a rendszer relaxációs idejét (először próbáljuk megbecsülni az értékét)!

(3) (20 pont)

Meredek hegyoldalban függőlegesen ℓ távolságra vannak a kapaszkodók. A hegymászó w rátával lép felfelé, s w_0 annak a rátája, hogy a hegymászó lecsúszik a 0 szintre, ahonnan újra kezdi a mászást.

Feladatok:

(i) Irjuk fel az egyenletet, amely meghatározza, hogy a hegymászó milyen P_n valószínűséggel van $n\ell$ magasságban!

(ii) Használjuk a generátorfüggvény formalizmust a stacionárius eloszlás kiszámítására!

(iii) Határozzuk meg, hogy átlagosan milyen magasra jut a hegymászó!