Véletlen folyamatok HF. **7. hét.** **Beadási határidő: Ápr. 18., 16:00.**

(1) (50 pont)

A 7. előadáson tárgyalt hegymászás problémában a hegymászó a meredek hegyoldalban ℓ távolságra levő kapaszkodókon w_{fel} rátával lép felfelé, s w_{le} annak a rátája, hogy lecsúszik a kiindulási szintre. Az előadáson feltételeztük, hogy a hegymászó fárad ahogy egyre magasabbra jut, s a lecsúszás rátája a következőképpen nő a magassággal $w_{le} = w_{le}^0(1 + \alpha n)$, ahol n az n-edik magassági szintet ($n\ell$) jelenti. A problémát átlagtér közelítésben oldottuk meg úgy, hogy egyenletet írtunk fel az első momentum átlagára ($\langle n \rangle$), s az egyenletet zárttá tettük azzal, hogy a magasabb momentumokat alacsonyabb rendűekkel közelítettük.

Feladat:

Tegyük fel, hogy a hegymászó gyorsan fárad, s a lecsúszás rátája a következő $w_{le} = w_{le}^0(1 + \alpha n + \gamma n^2)$. Írjuk fel az egyenletet az első momentumra (az átlagos magasságra), használjunk átlagtér közelítést, s határozzuk meg az átlagos magasság stacionárius értékét! Hogyan változik a stacionárius magasság az előadáson számoltakhoz képest?

(2) (50 pont)

A biológia egyik izgalmas feladata az élőlények alkotóelemeinek nagyságát, számosságát meghatározó kontrollmechanizmusok felderítése. A 6-7. előadás végén egy cikket említettem (Length control of long cell protrusions: rulers, timers and transport, S Patra, D Chowdhury, F Jülicher, arXiv:2203.11867v1, 22 Mar 2022), amelyben az élőlényeken található kitüremkedések (flagellum baktériumok esetén, gombák fonalai, fülünkben az érzékelő szőrök, stb.) hosszát meghatározó mechanizmusokat próbálják leírni (megérteni). Az egyik legegyszerűbb modell az előadás utolsó diájának bal felső sarkában található:

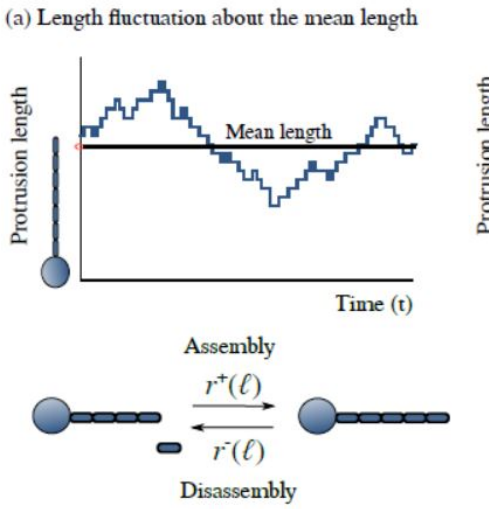

FIG. 1:

Mint látjuk, a kitüremkedés (fonál) adott hosszúságú egységekből áll össze. A sejt $r^+(\ell)$ rátával elkészít egy új a méretű egységet és növeli a fonal hosszát. ezzel párhuzamosan a fonál külső végéről $r^-(\ell)$ rátával leválik egy egység. Ezek a ráták függhetnek a fonal hosszától (a sejt pl.rugalmassági effetusokon keresztül érzékelheti a fonal hosszát, s "túl hosszú" fonal esetén csökkentheti az új egységek készítését; a leválási ráta is függhet a fonal hosszától, hiszen pl. a hosszú fonal könnyebben sérülhet). A 2. ábrán különböző lehetséges ℓ függéseket láthatunk [1].
Feladatok:

(1) Keressünk az (a1, a2, a3) funkcionális formákhoz illő átmeneti rátákat, s írjuk fel a megfelelő Master egyenletet az ℓa hosszúságú fonál valószínűségére, $P_\ell(t)$-re!

(2) Válasszunk olyan átmeneti rátákat, amelyek leírhatják a karunkon növő szőrök növekedését és a szőrszálak stacionárius eloszlására vezetnek. Határozzuk meg a szőrszálak átlagos hosszát és az átlag körüli

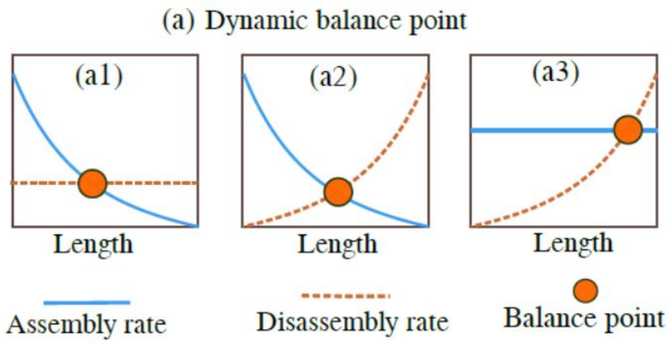

FIG. 2:

szórást. Mérjük (becsüljük) meg ezeket a mennyiségeket (a bátrabbak egy-két cm^2 leborotválásával és analízisével is próbálkozhatnak, de a fizikai és lelki sérülésekért az ELTE nem vállal felelősséget). Elég jó a modellünk az átlag és a szórás fittelésére?

(3) Írjuk fel azt a Master egyenletet, amelyben a szőrszál növekedése a fenti modell szerint megy, de a megrövidülés véletlenszerű eltörés következménye.

---

[1] A 2. ábrán látható "balance point" nem a stacionárius állapot. A sorbanállás probléma megoldásából tudjuk, hogy a stacionárius állapotot nem a ráták egyenlősége, hanem az átmenetek frekvenciájának, azaz a "ráta*stacionárius valószínűségek" egyenlősége határozza meg. Emlékezzünk, hogy a sorbanállásnál stacionárius állapotot kaptunk nem egyenlő r^+ és r^- esetén, ami a 2. ábra szerint nem létezhet.