

(1) (40 pont)

A 7. előadáson tárgyalt hegymászás problémában a hegymászó a meredek hegyoldalban ℓ távolságra levő kapaszkodókon w_{fel} rátával lép felfelé, s w_{le} annak a rátája, hogy lecsúszik a kiindulási szintre. Az előadáson feltételeztük, hogy a hegymászó fárad ahogy egyre magasabbra jut, s a lecsúzás rátája a következőképpen nő a magassággal $w_{le} = w_{le}^0(1 + \alpha n)$, ahol n az n -edik magassági szintet ($n\ell$) jelenti. A problémát átlagtér közelítésben oldottuk meg úgy, hogy egyenletet írtunk fel az első momentum átlagára, $\langle n \rangle$, s az egyenletet zárttá tettük azzal, hogy a magasabb momentumokat alacsonyabb rendűekkel közelítettük.

Feladat:

Használjuk az átlagtér közelítést a második momentum, $\langle n^2 \rangle$, meghatározására is. Majd vizsgáljuk meg, hogy az átlagtér közelítés feltétele, azaz fluktuációk kicsisége (mihez képest?) teljesül-e!

(2) (60 pont)

A biológia egyik izgalmas feladata az élőlények alkotóelemeinek nagyságát, számosságát meghatározó kontrollmechanizmusok felderítése. A 6-7. előadás végén egy cikket említettem (Length control of long cell protrusions: rulers, timers and transport, S Patra, D Chowdhury, F Jülicher, arXiv:2203.11867v1, 22 Mar 2022), amelyben az élőlényeken található kitüremkedések (flagellum baktériumok esetén, gombok fonalai, fülünkben az érzékelő szőrök, stb.) hosszát meghatározó mechanizmusokat próbálják leírni (megérteni). Az egyik legegyszerűbb modell az előadás utolsó diájának bal felső sarkában található:

(a) Length fluctuation about the mean length

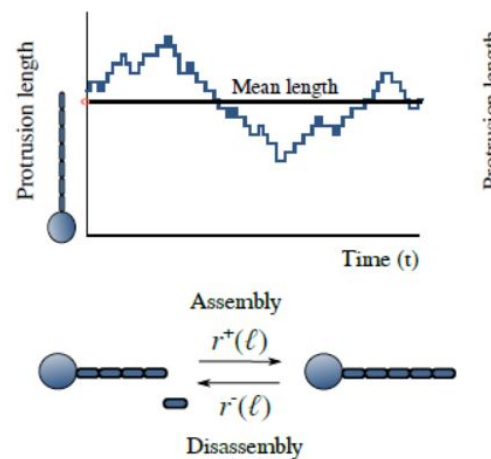


FIG. 1:

Mint látjuk, a kitüremkedés (fonál) adott hosszúságú egységekből áll össze. A sejt $r^+(\ell)$ rátával elkészít egy új a méretű egységet és növeli a fonál hosszát. ezzel párhuzamosan a fonál külső végéről $r^-(\ell)$ rátával leválik egy egység. Ezek a ráták függhetnek a fonál hosszától (a sejt pl.rugalmassági effektusokon keresztül érzékelheti a fonál hosszát, s "túl hosszú" fonál esetén csökkentheti az új egységek készítését; a leválási ráta is függhet a fonál hosszától, hiszen pl. a hosszú fonál könnyebben sérülhet). A 2. ábrán különböző lehetséges ℓ függéseket láthatunk [1].

Feladatok:

(1) Keressünk az (a1, a2, a3) funkcionális formákhoz illő átmeneti rátákat, s írjuk fel a megfelelő Master egyenletet az ℓa hosszúságú fonál valószínűségére, $P_\ell(t)$ -re! [a1: Barna, Juhász; a2: Lukács, Nemeskéri a3: Szilágyi, Villám]

(2) Válasszunk olyan átmeneti rátákat, amelyek leírhatják a karunkon növe szőrök növekedését és a szőrszálak stacionárius eloszlására vezetnek. Határozzuk meg a szőrszálak átlagos hosszát és az átlag körüli szórást. Mérjük (becsüljük) meg ezeket a mennyiségeket (a bátrabbak egy-két cm^2 leborotválásával és

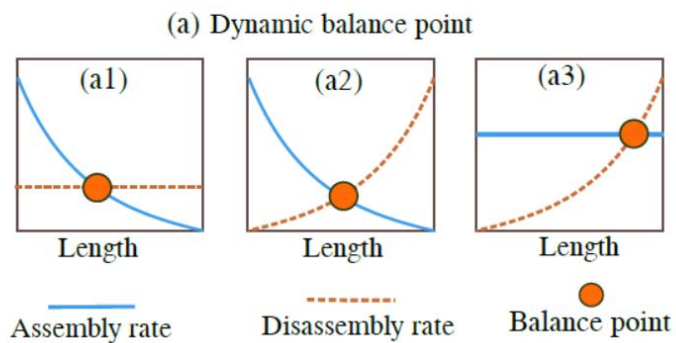


FIG. 2:

analízisével is próbálkozhatnak (a fizikai és lelki sérülésekért az ELTE nem vállal felelősséget). Elég jó a modellünk az átlag és a szórás fittelésére?

(3) Írjuk fel azt a Master egyenletet, amelyben a szórszál növekedése a fenti modell szerint megy, de a megrövidülés véletlenszerű eltörés következménye.

[1] A 2. ábrán látható "balance point" nem a stacionárius állapot. A sorbanállás probléma megoldásából tudjuk, hogy a stacionárius állapotot nem a ráták egyenlősége, hanem az átmenetek frekvenciájának, azaz a "ráta*stacionárius valószínűségek" egyenlősége határozza meg. Emlékezzünk, hogy a sorbanállásnál stacionárius állapotot kaptunk nem egyenlő r^+ és r^- esetén, ami a 2. ábra szerint nem létezhet.