

(1) (50 pont)

Vizsgáljuk a 7. előadáson tárgyalt hegymászás probléma egyszerűsített változatát! A hegymászó a meredek hegyoldalon ℓ távolságra levő kapaszkodókon w_{fel} rátával lép felfelé, s w_{le} annak a rátája, hogy lecsúszik, de nem a kiindulási szintre, hanem csak egy szinttel lejjebb. A hegymászó továbbra is fárad a magassággal, s a visszacsúszás rátája $w_{le} = w_{le}^0(1 + \alpha n)$, ahol n az n -edik magassági szintet ($n\ell$) jelöli, α pedig egy dimenzió nélküli paraméter.

Feladatok:

- (1) Származtassuk az 1. és 2. momentumok ($\langle n^k \rangle$, $k = 1, 2$) időfüggését leíró egyenleteket.
- (2) Használjuk az átlagtér közelítést, s határozzuk meg az elért átlagmagasságot és annak szórását!
- (3) A átlagtér közelítés alkalmazásának feltétele, hogy a fluktuációk kicsik ($\sqrt{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2} \ll \langle n \rangle$). Van-e olyan tartománya az α és $q = w_{fel}/w_{le}^0$ paramétereknek, ahol az átlagtér közelítés működik?

(2) (50 pont)

A biológia egyik izgalmas feladata az élőlények alkotóelemeinek nagyságát, szárosságát meghatározó kontrollmechanizmusok felderítése. A 6-7. előadás végén egy cikket említettem (Length control of long cell protrusions: rulers, timers and transport, S Patra, D Chowdhury, F Jülicher, arXiv:2203.11867v1, 22 Mar 2022), amelyben az élőlényeken található kitüremkedések (flagellum baktériumok esetén, gombák fonalai, fülünkben az érzékelő szőrök, stb.) hosszát meghatározó mechanizmusokat próbálják leírni (megérteni). Az egyik legegyszerűbb modell az előadás utolsó diájának bal felső sarkában található:

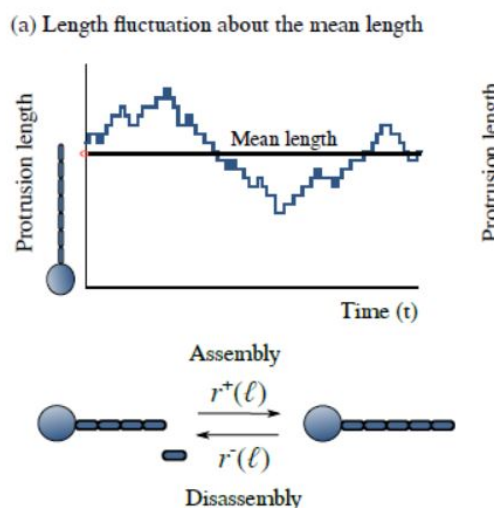


FIG. 1:

Mint látjuk, a kitüremkedés (fonál) adott hosszúságú egységekből áll össze. A sejt $r^+(\ell)$ rátával elkészít egy új a méretű egységet és növeli a fonál hosszát. ezzel párhuzamosan a fonál külső végéről $r^-(\ell)$ rátával leválik egy egység. Ezek a ráták függhetnek a fonál hosszától (a sejt pl.rugalmassági effektusokon keresztül érzékelheti a fonál hosszát, s "túl hosszú" fonal esetén csökkentheti az új egységek készítését; a leválási ráta is függhet a fonál hosszától, hiszen pl. a hosszú fonal könnyebben sérülhet). A 2. ábrán különböző lehetséges ℓ függéseket láthatunk

Feladatok:

- (1) Keressünk az (a1, a2, a3) funkcionális formákhoz illő átmeneti rátákat, s írjuk fel a megfelelő Master egyenletet az ℓa hosszúságú fonál valószínűségére, $P_\ell(t)$ -re! [a1: Csontos, Szabó-Ádám; a2: Igari, Molnár a3: Sípos]
- (2) Válasszunk olyan átmeneti rátákat, amelyek leírhatják a karunkon növe szőrök növekedését és a szőrszálak stacionárius eloszlására vezetnek. Határozzuk meg a szőrszálak átlagos hosszát és az átlag körüli

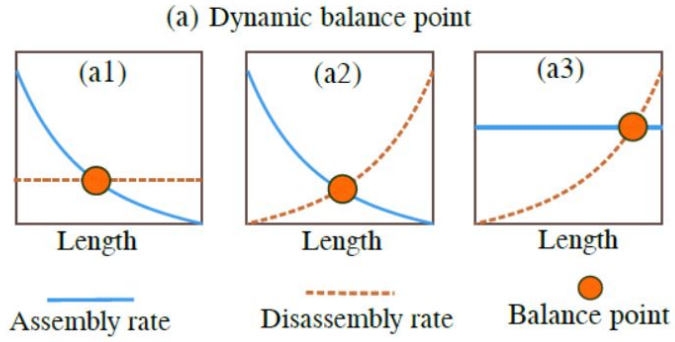


FIG. 2:

szórást. Mérjük (becsüljük) meg ezeket a mennyiségeket (a bátrabbak egy-két cm^2 leborotválásával és analízisével is próbálkozhatnak, de a fizikai és lelki sérülésekért az ELTE nem vállal felelősséget). Elég jó a modellünk az átlag és a szórás fittelésére?

(3) Írjuk fel azt a Master egyenletet, amelyben a szőrszál növekedése a fenti modell szerint megy, de a megrövidülés véletlenszerű eltörés következménye.