

Véletlen folyamatok házi feladatai. 8-9. hét. Beadási határidő: máj. 2., 16:00.

(1) 50pt

Szimuláljuk a véletlen rekurzív fát (egy lépésben egy új csúcsot adunk a hálózathoz, s az új csúcsot egyenlő valószínűséggel kötjük a meglévő csúcsok egyikéhez).

Feladatok:

(i) Határozzuk meg a csúcsok fokszámeloszlását $P_k = N_k/N$ -t, ahol N a csúcsok száma, N_k pedig a k éllel rendelkező csúcsok száma.

(ii) Vizsgáljuk mekkora N kell ahhoz, hogy az eloszlásfüggvény P_k hibája kisebb legyen mint 3% minden $k \leq 5$ -re. Figyelem, az egzakt eloszlásfüggvényt ismerjük az előadásról ($P_k = 2^{-k}$)!

(iii) Határozzuk meg az átlagos fokszámot mind elméletileg, mind pedig a szimulációkból!

(2) 50pt

Szimuláljunk egy anti-preferenciális csatolással növekedő hálózatot, amelyben az új csúcsok nem szeretnek a már sok éllel rendelkező csúcsokhoz kapcsolódni. Egy lépésben egy csúcsot adunk a hálózathoz, s az $N + 1$ -edik csúcs csatolásának szabályai legyenek a következők:

(1) Véletlenszerűen kiválasztunk egyet a már meglévő N csúcs közül.

(2) Leszámoljuk a kiválasztott csúcs éleinek számát. Legyen ez a szám k .

(3) A kiválasztott csúcshoz $w_k = k^{-1/3}/A$ valószínűséggel csatolunk egy új csúcsot. Itt A a normalizációs állandó $A = \sum_{\ell} \ell^{-1/3} N_{\ell}$, ahol N_{ℓ} az ℓ éllel rendelkező csúcsok száma.

Feladatok:

(i) Mérjük meg a csúcsok fokszámeloszlását, $P_k = N_k/N$ -t!

(ii) Vizsgáljuk a fokszámeloszlás nagy- k aszimptotikáját, s hasonlítsuk össze az eredményt a preferenciális csatolásra ($w_k \sim k$) kapottakkal!