

Véletlen folyamatok házi feladatai. 8. hét. Beadási határidő: ápr. 9., 8PM

(1) 40 pt

A 8. előadáson megoldottuk az Erdős-Rényi gráf dinamikai hálózatként értelmezett általánosítását. Meghatároztuk a hálózat fokszámeloszlását, $P_k(t)$ -t, amelyre Poisson eloszlást kaptunk. Ebből következett, hogy a fokszám átlaga egyenlő a szórásnégyzetének átlagával, $\langle k \rangle = \langle k^2 \rangle - \langle k \rangle^2$. A feladat most ennek az eredménynek a deriválása a fokszámeloszlás meghatározása nélkül. Ehhez vissza kell térnünk a $P_k(t)$ -ra vonatkozó master egyenlethez [8. előadás jegyzete, (8-9) egyenlet], s származtatnunk kell a $\langle k \rangle$ -ra és $\langle k^2 \rangle$ -re vonatkozó differenciálegyenleteket (a származtatás menetére lásd a 7. előadást) és persze meg kell találnunk a megoldásukat is.

Az adott esetben a modell elég egyszerű ahhoz, hogy differenciálegyenletek zártak legyenek, azaz ne tartalmazzák k magasabb momentumainak átlagát, s megoldásuk se legyen nehéz.

(2) 40 pt

Száz, egymást nem ismerő gyerek érkezik egy nyári táborba. A kéthetes üdülés végén megkérdezik őket, hogy hány új barátot szereztek a táborozás során. Kiderül, hogy az új barátok számának átlaga 5.8, a szórás pedig 2.4. A táborvezető a barátságok kialakulásának dinamikájaként a 8. előadáson tárgyalt Erdős-Rényi modellre gyanakszik (értjük, hogy miért?). Ezért kiadja, a táborban segédkező fizikus diáknak, hogy feltételezve az Erdős-Rényi dinamikát, határozza meg két táborozó közötti barátság kialakulásának rátáját. Következő nap a diák azzal a megjegyzéssel hozza a választ, hogy ezt fejben is ki lehet számolni. Mi a válasz?

Határozzuk meg, hogy várhatóan hány gyereknek lesz több, mint 7 új barátja!