Véletlen folyamatok házi feladatai. 9. hét. Beadási határidő: ápr. 20. 9PM

(1) 60pt

Szimuláljunk egy anti-preferenciális csatolással növekedő hálózatot, amelyben az új csúcsok nem szeretnek a már sok éllel rendelkező csúcsokhoz kapcsolódni. Egy lépésben egy csúcsot adunk a hálózathoz, s az $N+1$-edik csúcs csatolásának szabályai legyenek a következők:

(i) Véletlenszerűen kiválasztunk egyet a már meglévő N csúcs közül.

(ii) Leszámoljuk a kiválasztott csúcs éleinek számát. Legyen ez a szám k.

(iii) A kiválasztott csúcshoz $w_k = k^{-\alpha}/A$ valószínűséggel csatolunk egy új csúcsot. Itt A a normalizációs állandó $A = \sum_\ell \ell^{-\alpha} N_\ell$, ahol N_ℓ az ℓ éllel rendelkező csúcsok száma. Az anti-preferencialitást az α paraméter jellemzi, s értéke $\alpha = 1$ (Csontos), $\alpha = 2$ (Igari), $\alpha = 1/2$ (Molnár), $\alpha = 3$ (Sipos), $\alpha = 1/4$ (Szabó-Ádám).

Feladatok:

(a) Mérjük meg a csúcsok fokszámeloszlását, $P_k = N_k/N$-t!

(b) Vizsgáljuk a fokszámeloszlás nagy-k aszimptotikáját, s hasonlítsuk össze az eredményt a preferenciális csatolásra ($w_k \sim k$) és a véletlen rekurzív hálóra ($w_k \sim 1/N$) kapottakkal!

(2) 40pt

Példa arra, hogy hatvány alakú fokszámeloszlás esetén a hálózatnövekedési dinamika lényegtelennek tűnő részlete is befolyásolhatja a hatványkitevő értékét. Az *eltolt lineáris preferenciával* növekedő hálózatban egy k fokszámú csúcshoz való csatolódás valószínűsége $(k + \lambda)/\sum_\ell(\ell + \lambda)N_\ell$, ahol N_k a k fokszámú csúcsok száma. A 9. előadás jegyzetében megtalálható a levezetés, hogy $\lambda = 0$ (lineáris preferencia) esetén a fokszámeloszlás nagy k-ra hatvány alakú

$$P_k \sim k^{-3} \,. \tag{1}$$

Vigyük végig a lineáris preferenciára alkalmazott számolást a $\lambda = 1$ és 2-re és mutassuk meg, hogy ekkor az eloszlás nagy-k alakja

$$P_k \sim k^{-4}, \quad P_k \sim k^{-5} \,. \tag{2}$$

A fenti két eredmény mit sugall tetszőleges $\lambda > 0$-ra?