

(1)

Mi a valószínűsége annak, hogy három kockával dobott számok összege 6, vagy annál kevesebb?

(2)

Egy tökéletesen rugalmas labdát h magasságból leejtünk. A h meghatározására a következő módszert javasolják: a pattogó labdáról véletlenszerűen kiválasztott időpontokban N fényképeket készítünk, s a fényképeken lemérjük a labda függőleges koordinátáját, z_i -t. Ezután kiszámítjuk a z_i -k átlagát

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_i z_i \quad , \quad (1)$$

s \bar{z} -ből már meghatározhatjuk h -t. Mi az összefüggés h és \bar{z} között?

(3)

Egy kísérletben fekete pontocskák mozognak egy vízzel telt vékony csőben. A kísérletező azt találja, hogy a pontocskák átlagos elmozdulása nulla ($\bar{x} = 0$), s a négyzetes elmozdulás lineárisan nő idővel ($\bar{x}^2 = Dt$). Az együttható, D , mért értéke $D = (5 \pm 1) \cdot 10^{-6} m^2/s$.

Ekkor megjelenik az elméleti fizikus, s azt modja, hogy ez Brown mozgás. Feltételezi, hogy a pontocskák mozgása hőmozgás, s egységnyi idő alatt a részecske ℓ hosszúságú utat tesz meg, s egyenlő valószínűséggel mozdul el jobbra, vagy balra. Ebből ő kiszámolja (remélhetően maguk is) annak a valószínűségét, hogy az origóból indulva N lépés után a részecske x és $x + dx$ között lesz:

$$P(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi N\ell^2}} e^{-\frac{x^2}{2N\ell^2}} \quad , \quad (2)$$

s a fenti eloszásból következően azt kapja, hogy $\bar{x}^2 = N\ell^2$. A továbbiakban az elméleti fizikus úgy érvel, hogy az idő arányos a lépések számával ($N = \alpha t$), tehát $\bar{x}^2 = \alpha\ell^2 t$, s az $\alpha\ell^2$ értékét D kísérletben mért értékéből határozhatjuk meg.

Belép a második elméleti fizikus, aki meghallotta az idők szavát, s a biofizika felé orientálódott, s ennek megfelelően a fekete pontocskákban élőlényeket lát. Mesél a molekuláris motorokról, s abból, hogy a lépések nem véletlenszerűek, levezet egy másik eloszlásfüggvényt:

$$P(x)dx = \frac{1}{\sqrt{4N\ell^2}} e^{-\frac{|x|}{\sqrt{N\ell^2}}} \quad . \quad (3)$$

Ezután követi az előző érvelést arról, hogy $N = \alpha t$, majd kiszámítja \bar{x}^2 -t, s ő is fitteli az $\alpha\ell^2$ értékét a kísérletileg mért D -vel.

Egy darabig elvitatkoznak, de persze teljesen fölöslegesen, hiszen mindketten tökéletes összhangban vannak a kísérlettel. Végül megegyeznek abban, hogy a $\sqrt{\bar{x}^4}/\bar{x}^2$ értéke különböző a két elméletben, s megkérik a kísérletezőt, hogy mérje meg ezt a mennyiséget. A kísérletező természetesen felteszi a következő kérdést: Milyen pontossággal kell mérnem, ahhoz, hogy a kísérlet döntsön a két elmélet között?

Mi az elméleti fizikusok válasza?

(4)

Gyakran halljuk, hogy egy közvéleménykutató szervezet 1000 személyt megkérdezett arról, hogy az A , vagy a B pártot támogatná-e, ha ma lenne a választás. Az eredmény rendszerint valahogy így hangzik: *46% támogatja az A pártot, 54% pedig a B pártot*. Utána még hozzátesszük azonban, hogy: *az eredmény pontossága $\pm 3\%$* . Honnan ered ez a hibabecslés, s hogyan változna a hibabecslés, ha 10000 embert kérdeznének meg?

(5)

A bankokban bizonyos mennyiségű készpénzt kell tartalékolni az esetleges napi veszteségek kezelésére. Nem jó túl sokat tartalékolni, hiszen a fiókban fekvő pénz nem termel profitot, de az sem jó, ha túl kevés a tartalék, mert akkor az esetleges nagyobb napi veszteséget magas kamatú, rövid lejáratú kölcsönrel kell kiegyenlíteni. A megfelelő tartalék képzése tehát lényeges és nemtriviális feladat. Az alábbiakban e probléma leegyszerűsített modelljének egy alproblémájával foglalkozunk.

Tegyük fel, hogy egy bankban a napi nyereségek jó közelítéssel Gauss eloszlást mutatnak a nulla körül (negatív nyereség \equiv veszteség; jól funkcionáló bank eloszlásfüggvénye nem nullára centrált, de az egyszerűség kedvéért marginálisan működő bankot vizsgálunk). A bank statisztikáiból az is ismert, hogy általában 100 naponként van egy ominózus nap, amikor a veszteség 100 millió Ft felett van. Az igazgató szeretné tudni, hogy ha csak 100 millió Ft-ot tartalékolnak, akkor azoknak az ominózus napoknak mi lesz a következménye, s a következő kérdést intézi a fizikusból pénzügyi szakértővé előlépett új munkatársához:

- Mi lesz a veszteség várható értéke azokon a napokon, amikor a veszteség 100 millió Ft felett van? A választ február 19-e előttre várom, egyébként nem lesz évvégi prémium.

A fizikus megkérdezi kollégáitól mennyi errefelé az évvégi prémium, s a nullák számán fellelkesülve fél óra múlva viszi a választ az igazgató kérdésére. Mi ez a válasz?